ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9
Графы. Способы задания графов. Степени вершин.

Цель работы: научиться задавать граф, вычислять степени вершин и цикломатическое число графа.

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Компьютерные программы: Компьютерные программы не используются

Выполнить задания в соответсвии по последней цифре в журнале
Основные
понятия.

1 Граф G - совокупность двух множеств: вершин V и ребер E, между которыми определено отношение инцидентности. Если |V(G)|=n, |E(G)|=m, то граф G есть (n,m) граф, где n - порядок графа, m - размер графа.

2 Каждое ребро e из E инцидентно ровно двум вершинам v', v'', которые оно соединяет. При этом вершина v' и ребро e называются инцидентными друг другу, а вершины v' и v'' называются смежными.

3 Ребро (v',v'') может быть ориентированным и иметь начало (v') и конец (v'') (дуга в орграфе).

4 Ребро (v,v) называется петлей (концевые вершины совпадают).

5 Граф, содержащий ориентированные ребра (дуги), называется орграфом.

6 Граф, не содержащий ориентированные ребра (дуги), называется неографом.

7 Ребра, инцидентные одной паре вершин, называются параллельными или кратными.

8 Конечный граф - число вершин и ребер конечно.

9 Пустой граф - множество ребер пусто (число вершин может быть произвольным).

10 Полный граф - граф без петель и кратных ребер, каждая пара вершин соединена ребром.

11 Локальная степень вершины - число ребер ей инцидентных.

12 В неографе сумма степеней всех вершин равна удвоенному числу ребер (лемма о рукопожатиях). Петля дает вклад, равный 2 в степень вершины.

13 В орграфе сумма входящих ребер всех вершин равна сумме исходя- щих ребер всех вершин и равна числу ребер графа.

14 Графы равны, если множества вершин и инцидентных им ребер сов- падают.

15 Графы, отличающиеся только нумерацией вершин и ребер, называют- ся изоморфными.

16 Способы задания графов:

- явное задание графа как алгебраической системы;
- геометрический;
- матрица смежности;
- матрица инцидентности

17 Матрица инцидентности: По вертикали указываются вершины, по го- ризонтали - ребра. aij=1 если вершина i инцидентна ребру j, в противном случае aij=0. Если ребро - петля, то aij=2. Матрицей инцидентности (инциденций) ори- ентированного графа называется матрица, для которой aij=1, если вершина яв- ляется началом дуги , aij= – 1, если является концом дуги , в остальных случаях aij=0.

18 Матрица смежности - квадратная симметричная матрица. По горизон- тали и вертикали - все вершины. aij= число ребер, соединяющее вершины i,j. Матрицей смежности ориентированного графа называется матрица, для кото- рой aij=1, если

вершина является началом дуги, в остальных случаях aij=0.

19 Плоский граф - граф с вершинами, расположенными на плоскости и непересекающимися ребрами.

20 Вершины графа, которые не принадлежат ни одному ребру, называ- ются изолированными.

21 Пусть в графе m - число ребер, n- число вершин, p – число компонент связности. Цикломатическим числом графа называют число V = m – n + p.

22 Компонента связности графа — некоторое множество вер- шин графа такое, что для любых двух вершин из этого множества существует путь из одной в другую, и не существует пути из вершины этого множества в вершину не из этого множества.

Пример выполнения:

Исходные данные:

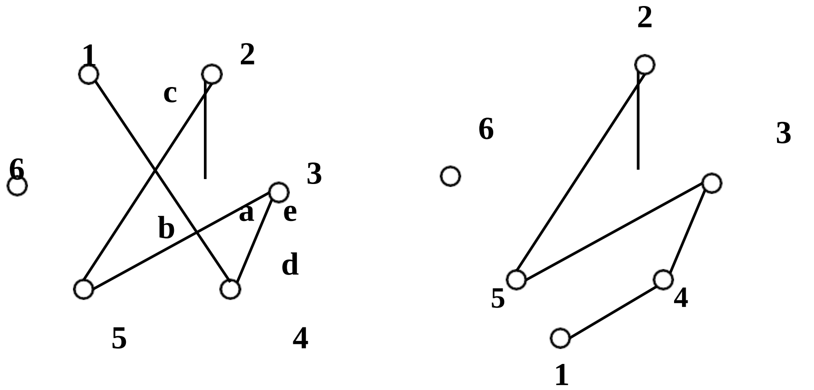
1 Задать неограф, представленный множеством вершин и ребер, графи- чески и матрицами, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вер- шин.

V = {1; 2; 3; 4; 5; 6}; E = {a; b; c; d; e}

E = {(1; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 4); (3; 5)}

Решение:

1 Изобразим граф, соединив вершины: Ребро a соединяет вершины 1 и 4, b соединяет вершины 2 и 5 и т. д. Затем преобразуем этот граф в плоский:



2 Составим матрицу смежности. В первом столбце и первой строке вы- пишем вершины. Ребру a инцидентны вершины 1 и 4, следовательно, в колонке 1 и строке 4 ставим 1, а также колонке 4 и строке 1 ставим 1. Ребру b инцидент- ны вершины 2 и 5, следовательно, в колонке 2 в строке 5 и колонке 5 строке 2 ставим 1 и т.д. Остальные ячейки таблицы содержат нули.

3 Составим матрицу инцидентности. В первом столбце выпишем верши- ны, первой строке – ребра. Ребру a инцидентны вершины 1 и 4, следовательно, в колонке a в строке 1 и строке 4 ставим 1. Ребру b инцидентны вершины 2 и 5, следовательно, в колонке b в строке 2 и строке 5 ставим 1 и т.д. Остальные ячейки таблицы заполняем нулями.

Матрица смежности

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	1	0
4	1	0	1	0	0	0
5	0	1	1	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0

Матрица инцидентности

	a	**b**	**c**	**d**	**e**
1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0
3	0	0	0	1	1
4	1	0	0	1	0
5	0	1	0	0	1
6	0	0	1	0	0

4 Вычислим степени вершин:

ρ (1) = 1 ρ (2) = 2 ρ (3) = 2 ρ (4) = 2 ρ (5) = 2 ρ (6) = 1

ρ (1) + ρ (2) + ρ (3) + ρ (4) + ρ (5) + ρ (6) = 10 = 2 · q

q = 5 (ребер 5)

5 Цикломатическое число графа:

V = 1 + 5 – 6 = 0

Исходные данные:

2 Задать граф, представленный матрицей инцидентности, алгебраически, графически и матрицей смежности, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вершин.

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**
1	-1	-1	0	0	0	0
2	1	0	-1	1	0	0
3	0	0	0	-1	0	0
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	-1	-1
6	0	1	0	0	0	1

Решение:

1 Количество вершин – 6. V = {1; 2; 3; 4; 5; 6}.

2 Ребро a выходит из вершины 2, т.к. в ячейке (2; 1) стоит 1, а приходит в вершину 1 (в ячейке (1; 1) находится -1) и т.д.

Получим множество E = {(2; 1); (6; 1); (4; 2); (2; 3); (4; 5); (6; 5)}

3 Изобразим граф, соединив вершины, этот граф уже плоский, т.к. ребра не пересекаются

4 Составим матрицу смежности.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	1	0

5 Вычислим степени вершин:

ρ_1 (1) = 0 ρ_2 (1) = 2

ρ_1 (2) = 2 ρ_2 (2) = 1

ρ_1 (3) = 0 ρ_2 (3) = 1

ρ_1 (4) = 2 ρ_2 (4) = 0

ρ_1 (5) = 0 ρ_2 (5) = 2

ρ_1 (6) = 2 ρ_2 (6) = 0

ρ_1 (1) + ρ_1 (2) + ρ_1 (3) + ρ_1 (4) + ρ_1 (5) + ρ_1 (6) = 6

ρ_2 (1) + ρ_2 (2) + ρ_2 (3) + ρ_2 (4) + ρ_2 (5) + ρ_2 (6) = 6

q = 6 (ребер 6)

6 Цикломатическое число графа:

V = 1 + 6 – 6 = 1

Практические задания

Задание 1. Пусть граф задан матрицей смежности. Постройте изображения этого графа, укажите степени вершин графа. По матрице смежности постройте матрицу инцидентности этого графа и начертите граф:

1 вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2		2	1			1
V_3	1	1		1		
V_4	1		1		1	1
V_5				1		
V_6		1		1		

2 вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	2			1		
V_2			1			1
V_3		1		1	1	
V_4	1		1			1
V_5			1			1
V_6		1		1	1	

3 вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2				1		1
V_3	1				1	1
V_4	1	1			1	
V_5			1	1	2	
V_6		1	1			

4 вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1					1	1
V_2		2				1
V_3				1		
V_4			1		1	1
V_5	1			1		
V_6	1	1		1		

5 вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1					1	1
V_2		2				1
V_3				1		
V_4			1		1	1
V_5	1			1		
V_6	1	1		1		

6 Вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1		1			1	1
V_2	1		1		1	
V_3		1	2			
V_4				2		
V_5	1	1				1
V_6	1				1	

7 Вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2				1		1
V_3	1				1	1
V_4	1	1			1	
V_5			1	1	2	
V_6		1	1			

8 Вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2		2	1			1
V_3	1	1		1		
V_4	1		1		1	1
V_5				1		
V_6	1	1		1		

9 Вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	2			1		
V_2			1			1
V_3		1		1	1	
V_4	1		1			1
V_5			1			1
V_6		1		1	1	

10 вариант

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1					1	1
V_2		2				1
V_3				1		
V_4			1		1	1
V_5	1			1		
V_6	1	1		1		

Задание 2. Граф G задан диаграммой.

2.1. Составьте для него матрицу смежности.

2.2. Постройте матрицу инцидентности.

2.3. Укажите степени вершин графа.

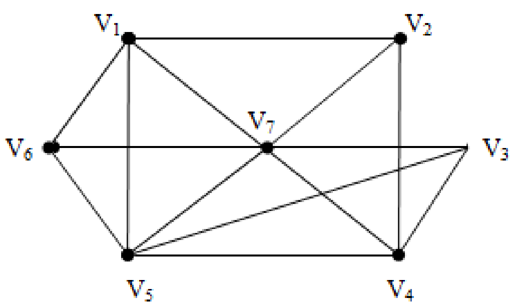
2.4. Найдите длину пути из вершины V_2 в вершину V_5, составьте маршруты длины 5, цепь и простую цепь, соединяющие вершину V_2 и вершину V_4.

2.5. Постройте простой цикл, содержащий вершину V_4.

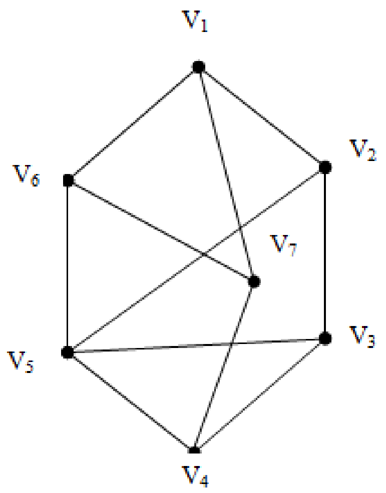
2.6. Найдите цикломатическое число графа G.

2.7. Определите вид заданного графа.

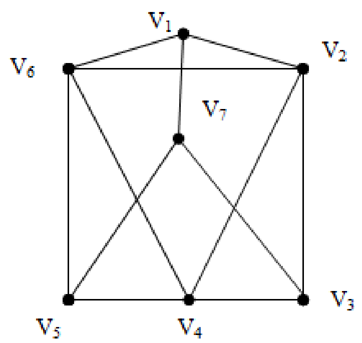
1 вариант



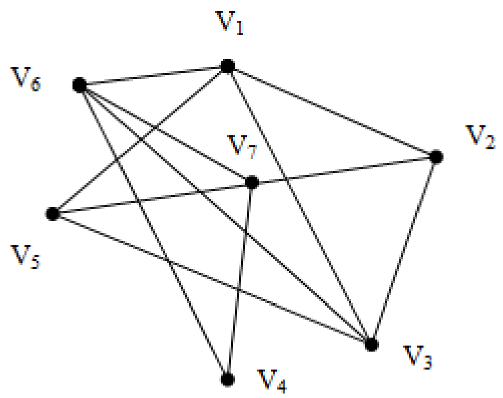
2 вариант



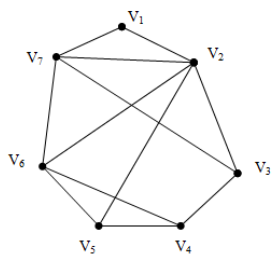
3 вариант



4 вариант



5 вариант



Контрольные вопросы:

1 Что такое граф?

2 Что такое инцидентное ребро или инцидентная вершина?

3 Что такое петля?

4 Какое ребро называется ориентированным?

5 Что такое кратные ребра?